**Matematyka. Solidnie od podstaw**

**Wymagania na poszczególne oceny**

**KLASA 1**

**ZAKRES PODSTAWOWY + ZAKRES ROZSZERZONY**

Przyjmujemy, że uczeń spełnia wymagania na ocenę wyższą, jeśli spełnia jednocześnie wymagania na ocenę niższą oraz dodatkowe wymagania. Proponujemy zatem:

***Wymagania na ocenę dopuszczającą.***

***Wymagania na ocenę dostateczną zawierają wymagania na ocenę dopuszczającą.***

|  |
| --- |
| ***Wymagania na ocenę dobrą*** *zawierają wymagania na ocenę dostateczną  i dopuszczającą.*  ***Wymagania na ocenę bardzo dobrą zawierają wymagania na ocenę dobrą, dostateczną i dopuszczającą.*** |
| ***Wymagania na ocenę celującą zawierają wymagania na oceną bardzo dobrą, dobrą, dostateczną i dopuszczającą.*** |

1. **ZBIORY LICZBOWE. LICZBY RZECZYWISTE.**

|  |  |
| --- | --- |
| **1** | Zbiór. Działania na zbiorach |
| **2** | Zbiory liczbowe. Oś liczbowa |
| **3** | Prawa działań w zbiorze liczb rzeczywistych |
| **4** | Przedziały |
| **5** | Zbiór liczb naturalnych i zbiór liczb całkowitych |
| **6** | Przypomnienie i uzupełnienie wiadomości o równaniach |
| **7** | Rozwiązywanie równań metodą równań równoważnych |
| **8** | Nierówność z jedną niewiadomą. Rozwiązywanie nierówności metodą nierówności równoważnych |
| **9** | *Procenty1)* |
| **10** | *Punkty procentowe1)* |
| **11** | *Przybliżenia, błąd bezwzględny i błąd względny, szacowanie1)* |

1. *Temat, którego realizację pozostawiamy do decyzji nauczyciela uczącego w danej klasie. Realizacja tematu jest możliwa   
   w ramach godzin do dyspozycji nauczyciela.*

***Wymagania na ocenę dopuszczającą*** *oraz* ***wymagania na ocenę dostateczną***

**Uczeń:**

|  |  |
| --- | --- |
|  | |
|  | |
| **ZBIORY** | |
| **zna takie pojęcia, jak: zbiór pusty, zbiory równe, podzbiór zbioru, zbiór skończony, nieskończony;** | |
| **zna symbolikę matematyczną dotyczącą zbiorów (należy/nie należy, zawiera się;** | |
| **potrafi podać przykłady zbiorów (w tym przykłady zbiorów skończonych oraz nieskończonych);** | |
| **potrafi określić relację pomiędzy elementem i zbiorem;** | |
| **potrafi określać relacje pomiędzy zbiorami (równość zbiorów, zawieranie się zbiorów, rozłączność zbiorów);** | |
| **zna definicję sumy, iloczynu, różnicy zbiorów;** | |
| **potrafi wyznaczać sumę, iloczyn i różnicę zbiorów skończonych;** | |
| **ZBIORY LICZBOWE** | |
| **zna symboliczne oznaczenia zbiorów liczbowych;** | |
| **potrafi wyznaczyć sumę, różnicę oraz część wspólną podzbiorów zbioru liczb rzeczywistych: N, Z, Q, R-Q;** | |
| **zna pojęcia: liczby naturalnej, całkowitej, wymiernej, niewymiernej;** | |
| **potrafi rozróżniać liczby naturalne, całkowite, wymierne, niewymierne;** | |
| **potrafi przedstawić liczbę wymierną w postaci ułamka zwykłego i w postaci rozwinięcia dziesiętnego;** | |
| **umie zamienić ułamek o rozwinięciu dziesiętnym nieskończonym okresowym na ułamek zwykły;** | |
| **potrafi zaznaczać liczby wymierne na osi liczbowej;** | |
| **zna definicję wartości bezwzględnej;** | |
| **umie obliczyć wartość bezwzględną liczby;** | |
| **potrafi wskazać liczby pierwsze i liczby złożone;** | |
| **zna i potrafi stosować cechy podzielności liczb naturalnych (przez 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10);** | |
| **potrafi rozłożyć liczbę naturalną na czynniki pierwsze;** | |
| potrafi wyznaczyć największy wspólny dzielnik i najmniejszą wspólną wielokrotność liczb naturalnych; | |
| **potrafi wykonać dzielenie z resztą w zbiorze liczb naturalnych;** | |
| **zna definicję liczby całkowitej parzystej oraz nieparzystej;** | |
| **potrafi sprawnie wykonywać działania na ułamkach zwykłych i na ułamkach dziesiętnych;** | |
| **zna i stosuje w obliczeniach kolejność działań i prawa działań w zbiorze liczb rzeczywistych;** | |
| **potrafi porównywać liczby rzeczywiste;** | |
| **potrafi podać liczbę przeciwną oraz odwrotną do danej;** | |
| **PRZEDZIAŁY** | |
| **rozumie pojęcie przedziału;** | |
| **rozpoznaje przedziały ograniczone i nieograniczone;** | |
| **zna i rozumie pojęcie przedziału otwartego i domkniętego;** | |
| **potrafi zapisać za pomocą przedziałów zbiory opisane nierównościami;** | |
| **potrafi zaznaczyć na osi liczbowej podany przedział liczbowy;** | |
| **potrafi zaznaczyć przedział na osi opisany za pomocą warunków;** | |
| **potrafi wyznaczyć sumę, różnicę oraz część wspólną przedziałów;** | |
| **potrafi sprawdzić, czy dana liczba należy do przedziału;** | |
| **RÓWNANIA-NIERÓWNOŚCI** | |
| **wie , co to jest równanie z jedną niewiadomą;** | |
| **wie , co to jest nierówność z jedną niewiadomą;** | |
| **zna definicję rozwiązania równania (nierówności) z jedną niewiadomą;** | |
| **wie, jakie równanie nazywamy równaniem sprzecznym, a jakie równaniem tożsamościowym;** | |
| **wie, jaką nierówność nazywamy sprzeczną, a jaką nierównością tożsamościową;** | |
| **zna twierdzenia pozwalające przekształcać w sposób równoważny równania i nierówności;** | |
| **potrafi rozwiązywać równania z jedną niewiadomą metodą równań równoważnych;** | |
| **potrafi rozwiązywać nierówności z jedną niewiadomą metodą nierówności równoważnych;** | |
| **PROCENT** | |
| ***potrafi obliczyć procent danej liczby, a także wyznaczyć liczbę, gdy dany jest jej procent;*** | |
| ***potrafi obliczyć, jakim procentem danej liczby jest druga dana liczba;*** | |
| ***potrafi określić, o ile procent dana wielkość jest większa (mniejsza) od innej wielkości;*** | |
| ***potrafi posługiwać się procentem w prostych zadaniach tekstowych (w tym wzrosty i spadki cen, podatki, kredyty i lokaty);*** | |
| ***rozumie pojęcie punktu procentowego i potrafi się nim posługiwać;*** | |
| ***potrafi odczytywać dane w postaci tabel i diagramów, a także przedstawiać dane w postaci diagramów procentowych;*** | |
| ***potrafi odczytywać dane przedstawione w tabeli lub na diagramie i przeprowadzać analizę procentową przedstawionych danych;*** | |
| ***potrafi obliczyć błąd bezwzględny i błąd względny danego przybliżenia;*** | |
| ***potrafi obliczyć błąd procentowy przybliżenia;*** | |
| ***potrafi szacować wartości wyrażeń;*** | |
| ***Wymagania na ocenę dobrą*** *oraz* ***wymagania na ocenę bardzo dobrą*** | |
|  | |
|  | |
| **ZBIORY** | |
| **potrafi sprawnie posługiwać się symboliką matematyczną dotyczącą zbiorów;** | |
| **wyznaczać sumy, różnice i iloczyny więcej niż dwóch zbiorów;** | |
| **potrafi podać przykłady zbiorów A i B, jeśli dana jest suma, iloczyn albo różnica tych zbiorów;** | |
| **zna pojęcie dopełnienia zbioru i potrafi zastosować je w działaniach na zbiorach;** | |
| **potrafi przeprowadzić proste dowody, w tym dowody „nie wprost”, dotyczące własności liczb rzeczywistych;** | |
| **potrafi wyznaczyć dopełnienie zbioru liczbowego skończonego w przestrzeni R;** | |
| **ZBIORY LICZBOWE** | |
| **zna definicję liczb względnie pierwszych;** | |
| **zna i stosuje w obliczeniach zależność dotyczącą liczb naturalnych różnych od zera NWD(a,b) ∙ NWW(a, b)= a∙b;** | |
| **potrafi wykonać dzielenie z resztą w zbiorze liczb całkowitych ujemnych;** | |
| **potrafi podać zapis symboliczny wybranych liczb, np. liczby parzystej, liczby nieparzystej, liczby podzielnej przez daną liczbę całkowitą, wielokrotności danej liczby; zapis liczby, która w wyniku dzielenia przez daną liczbę całkowitą daje wskazaną resztę;** | |
| **potrafi wykazać podzielność liczb całkowitych, zapisanych symbolicznie;** | |
| **umie podać część całkowitą każdej liczby rzeczywistej i część ułamkową liczby wymiernej;** | |
| **potrafi oszacować wartość liczby niewymiernej;** | |
| **PRZEDZIAŁY** | |
| **wykonywać działania na więcej niż dwóch przedziałach liczbowych;** | |
| **RÓWNANIA-NIERÓWNOŚCI** | |
| **potrafi podać przykład równania sprzecznego oraz równania tożsamościowego;** | |
| **potrafi wskazać przykład nierówności sprzecznej oraz nierówności tożsamościowej;** | |
| **wie, kiedy dwa równania (dwie nierówności) są równoważne i potrafi wskazać równania (nierówności) równoważne;** | |
| **PROCENT** | |
| ***rozumie zmiany bankowych stóp procentowych i umie wyrażać je w punktach procentowych (oraz bazowych);*** | |
| ***Wymagania na ocenę celującą*** | |
| **potrafi stosować działania na zbiorach do wnioskowania na temat własności tych zbiorów;** | |
| **potrafi rozwiązywać zadania tekstowe o podwyższonym stopniu trudności, dotyczące własności liczb rzeczywistych;** | |

1. **WYRAŻENIA ALGEBRAICZNE.**

|  |  |
| --- | --- |
| **1** | Potęga o wykładniku naturalnym |
| **2** | Pierwiastek arytmetyczny. Pierwiastek stopnia nieparzystego z liczby ujemnej |
| **3** | Działania na wyrażeniach algebraicznych |
| **4** | Wzory skróconego mnożenia stopnia 2. |
| **5** | Potęga o wykładniku całkowitym ujemnym |
| **6** | Potęga o wykładniku wymiernym |
| **7** | Potęga o wykładniku rzeczywistym |
| **8** | Określenie logarytmu. |
| **9** | Zastosowania logarytmów |
| **10** | Zdanie. Zaprzeczenie zdania |
| **11** | Zdania złożone. Zaprzeczenia zdań złożonych |
| **12** | Definicja. Twierdzenie. Dowód twierdzenia |
| **13** | *Przekształcanie wzorów1)* |
| **14** | Średnie |

1. *Temat, którego realizację pozostawiamy do decyzji nauczyciela uczącego w danej klasie. Realizacja tematu jest możliwa   
   w ramach godzin do dyspozycji nauczyciela.*

***Wymagania na ocenę dopuszczającą*** *oraz* ***wymagania na ocenę dostateczną***

**Uczeń:**

|  |  |
| --- | --- |
|  | |
| **WYRAŻENIA ALGEBRAICZNE** | |
| **zna pojęcia: jednomianu, jednomianów podobnych, wyrażenia algebraicznego;** | |
| **rozumie zasadę redukowania wyrazów podobnych;** | |
| **potrafi dodawać i odejmować sumy algebraiczne;** | |
| **potrafi mnożyć sumy algebraiczne przez jednomiany;** | |
| **obliczać wartości liczbowe wyrażeń algebraicznych;** | |
| **sprowadza wyrażenia algebraiczne do najprostszej postaci i oblicza ich wartości dla podanych wartości zmiennych;** | |
| **potrafi wyłączać wspólny czynnik z różnych wyrażeń;** | |
| **zna metodę grupowania wyrazów;** | |
| **potrafi zapisać wyrażenie algebraiczne w postaci iloczynu sum algebraicznych, stosując metodę grupowania wyrazów w sytuacjach typowych;** | |
| **potrafi sprawnie posługiwać się wzorami skróconego mnożenia:**   * **(a – b)2 = a2 – 2ab + b2** * **(a + b)2 = a2 + 2ab + b2** * **a2 – b2 = (a – b)(a + b)** | |
| **wykonuje działania na wyrażeniach, które zawierają wymienione wzory skróconego mnożenia;** | |
| **potrafi usuwać niewymierność z mianownika ułamka, stosując wzór skróconego mnożenia (różnicę kwadratów dwóch wyrażeń);** | |
| **POTĘGI I PIERWIASTKI** | |
| **potrafi wykonywać działania na potęgach o wykładniku naturalnym, całkowitym i wymiernym;** | |
| **zna prawa działań na potęgach o wykładnikach wymiernych i stosuje je w obliczeniach;** | |
| **zna pojęcie pierwiastka arytmetycznego z liczby nieujemnej i potrafi stosować prawa działań na pierwiastkach w obliczeniach;** | |
| **potrafi obliczać pierwiastki stopnia nieparzystego z liczb ujemnych;** | |
| **potrafi przeprowadzić dowód niewymierności ;** | |
| **usunąć niewymierność z mianownika, który jest pierwiastkiem kwadratowym;** | |
| **usunąć niewymierność z mianownika, który jest sumą lub różnicą zawierającą w zapisie pierwiastek kwadratowy;** | |
| **LOGIKA** | |
| potrafi dowodzić proste twierdzenia; | |
| **potrafi odróżnić zdanie logiczne od innej wypowiedzi;** | |
| **umie określić wartość logiczną zdania prostego;** | |
| **zna pojęcia kwantyfikatora ogólnego i kwantyfikatora szczegółowego;** | |
| **potrafi uzasadnić fałsz zdania prostego poprzedzonego kwantyfikatorem ogólnym (podać kontrprzykład);** | |
| **potrafi zanegować zdanie proste i określić wartość logiczną zdania zanegowanego;** | |
| **potrafi rozpoznać zdania w postaci koniunkcji, alternatywy, implikacji i równoważności zdań;** | |
| **potrafi zbudować zdania złożone w postaci koniunkcji, alternatywy, implikacji i równoważności zdań z danych zdań prostych;** | |
| **potrafi określić wartości logiczne zdań złożonych, takich jak koniunkcja, alternatywa, implikacja i równoważność zdań;** | |
| **potrafi odróżnić definicję od twierdzenia;** | |
| **zna prawa De Morgana (prawo negacji alternatywy oraz prawo negacji koniunkcji) i potrafi je stosować;** | |
| **zna zasadę dowodzenia wprost;** | |
| **ŚREDNIE** | |
| ***potrafi wyznaczyć ze wzoru wskazaną zmienną;*** | |
| **zna pojęcie średniej arytmetycznej liczb oraz potrafi obliczyć te średnie dla podanych liczb;** | |
| **zna pojęcie średniej arytmetycznej, średniej ważonej i średniej geometrycznej liczb oraz potrafi obliczyć te średnie dla podanych liczb;** | |
| **LOGARYTMY** | |
| **zna definicję logarytmu i potrafi obliczać logarytmy bezpośrednio z definicji;** | |
| **zna pojęcia: podstawa logarytmu, liczba logarytmowana;** | |
| **zna pojęcie logarytmu dziesiętnego;** | |
| **zna i rozumie twierdzenia o: logarytmie iloczynu, logarytmie ilorazu, logarytmie potęgi, zamianie podstawy logarytmu;** | |
| **potrafi wykonywać proste działania z wykorzystaniem twierdzenia o: logarytmie iloczynu, logarytmie ilorazu, logarytmie potęgi;** | |
| **potrafi zamienić podstawę logarytmu;** | |
| ***Wymagania na ocenę dobrą*** *oraz* ***wymagania na ocenę bardzo dobrą*** | |
|  | |
| **WYRAŻENIA ALGEBRAICZNE** | |
| **potrafi mnożyć sumy algebraiczne;** | |
| **potrafi budować i nazywać wyrażenia algebraiczne o złożonej konstrukcji;** | |
| **potrafi rozłożyć wyrażenia na czynniki metodą grupowania wyrazów lub za pomocą wzorów skróconego mnożenia;** | |
| **potrafi zapisać wyrażenie algebraiczne w postaci iloczynu sum algebraicznych, w sytuacjach wymagających nietypowego pogrupowania wyrazów;** | |
| **POTĘGI I PIERWIASTKI** | |
| **sprawnie przekształca wyrażenia algebraiczne zawierające potęgi i pierwiastki;** | |
| **sprawnie zamienia pierwiastki arytmetyczne na potęgi o wykładniku wymiernym i odwrotnie;** | |
| **sprawnie wykonywać działania na potęgach o wykładniku rzeczywistym;** | |
| **potrafi wyłączać wspólną potęgę poza nawias;** | |
| **potrafi oszacować wartość potęgi o wykładniku rzeczywistym;** | |
| **potrafi przeprowadzić dowód niewymierności** | |
| **porównywać wyrażenia zawierające pierwiastki;** | |
| **LOGIKA** | |
| **potrafi dowodzić twierdzenia, posługując się dowodem wprost;** | |
| **potrafi dowodzić twierdzenia, posługując się dowodem nie wprost;** | |
| **potrafi symbolicznie zapisać zdanie z kwantyfikatorem;** | |
| **potrafi ocenić wartość logiczną prostego zdania z kwantyfikatorem;** | |
| **potrafi podać zaprzeczenie prostego zdania z kwantyfikatorem;** | |
| **potrafi podać kontrprzykład, jeśli twierdzenie jest fałszywe;** | |
| **potrafi budować zdania złożone i oceniać ich wartości logiczne;** | |
| **potrafi wnioskować o wartościach zdań składowych wybranych zdań złożonych na podstawie informacji o wartościach logicznych zdań złożonych;** | |
| **zna prawo negacji implikacji i potrafi je stosować w praktyce;** | |
| **potrafi , na podstawie implikacji prostej, utworzyć implikację odwrotną, przeciwną oraz przeciwstawną;** | |
| **wie, że równoważne są implikacje: prosta i przeciwstawna oraz odwrotna i przeciwna;** | |
| **potrafi negować zdania złożone;** | |
| **rozumie budowę twierdzenia matematycznego; potrafi wskazać jego założenie i tezę;** | |
| **zna zasadę dowodzenia nie wprost;** | |
| **potrafi przeprowadzić dowód prostych twierdzeń np. dotyczących podzielności liczb, wyrażeń algebraicznych;** | |
| **potrafi przeprowadzać dowody twierdzeń zapisanych w postaci równoważności;** | |
| **ŚREDNIE** | |
| ***sprawnie przekształca wzory matematyczne, fizyczne i chemiczne;*** | |
| ***potrafi wykonywać przekształcenia wzorów wymagające skomplikowanych operacji;*** | |
| **stosuje średnią arytmetyczną, średnią ważoną i średnią geometryczną w zadaniach tekstowych** | |
| **LOGARYTMY** | |
| **zna i potrafi stosować własności logarytmów w obliczeniach;** | |
| **rozwiązywać nietypowe zadania z zastosowaniem definicji logarytmu** | |
| **potrafi przekształcić wyrażenia z logarytmami;** | |
| **potrafi zapisywać wyrażenia z logarytmami z postaci jednego logarytmu;** | |
| **potrafi rozwiązywać nietypowe zadania z zastosowaniem poznanych twierdzeń;** | |
| ***Wymagania na ocenę celującą*** | |
| **WYRAŻENIA ALGEBRAICZNE** | |
| **potrafi wykorzystać pojęcie logarytmu w zadaniach praktycznych;** | |
| **POTĘGI I PIERWIASTKI** | |
| **potrafi sprawnie działać na wyrażeniach zawierających potęgi i pierwiastki z zastosowaniem wzorów skróconego mnożenia;** | |
| **potrafi sprawnie rozkładać wyrażenia zawierające potęgi i pierwiastki na czynniki, stosując jednocześnie wzory skróconego mnożenia i metodę grupowania wyrazów;** | |
| **potrafi rozwiązywać niestandardowe zadania tekstowe z kontekstem praktycznym z zastosowaniem potęg o wykładnikach całkowitych;** | |
| **LOGIKA** | |
| **potrafi stosować wiadomości z logiki do wnioskowania matematycznego;** | |
| **potrafi przeprowadzać dowody twierdzeń o niestandardowej treści;** | |
| **LOGARYTMY** | |
| **potrafi rozwiązywać zadania z kontekstem praktycznym z zastosowaniem własności logarytmów;** | |

1. **FUNKCJE I ICH WŁASNOŚCI.**

|  |  |
| --- | --- |
| **1** | Pojęcie funkcji. Funkcja liczbowa. Sposoby opisywania funkcji |
| **2** | Wykres funkcji |
| **3** | Dziedzina funkcji liczbowej |
| **4** | Zbiór wartości funkcji liczbowej. Najmniejsza i największa wartość funkcji |
| **5** | Miejsce zerowe funkcji |
| **6** | Monotoniczność funkcji |
| **7** | Funkcje różnowartościowe |
| **8** | Funkcje parzyste i nieparzyste |
| **9** | Odczytywanie własności funkcji na podstawie jej wykresu. Szkicowanie wykresów funkcji o zadanych własnościach |
| **10** | *Zastosowanie wiadomości o funkcjach do opisywania, interpretowania i przetwarzania informacji wyrażonych w postaci wykresu funkcji1)* |

1. *Temat, którego realizację pozostawiamy do decyzji nauczyciela uczącego w danej klasie. Realizacja tematu jest możliwa   
   w ramach godzin do dyspozycji nauczyciela.*

***Wymagania na ocenę dopuszczającą*** *oraz* ***wymagania na ocenę dostateczną***

**Uczeń:**

|  |
| --- |
| **potrafi odróżnić funkcję od innych przyporządkowań;** |
| **potrafi podać przykład funkcji;** |
| **potrafi opisywać funkcje na różne sposoby: wzorem, tabelką, grafem, opisem słownym;** |
| **potrafi naszkicować wykres funkcji liczbowej określonej słownie, grafem, tabelką, wzorem;** |
| **potrafi odróżnić wykres funkcji od krzywej, która wykresem funkcji nie jest;** |
| **potrafi określić dziedzinę funkcji liczbowej danej wzorem (w prostych przypadkach);** |
| **potrafi obliczyć miejsce zerowe funkcji liczbowej (w prostych przypadkach);** |
| **potrafi obliczyć wartość funkcji liczbowej dla danego argumentu, a także obliczyć argument funkcji, gdy dana jest jej wartość;** |
| **potrafi określić zbiór wartości funkcji w prostych przypadkach (np. w przypadku, gdy dziedzina funkcji jest zbiorem skończonym);** |
| **potrafi na podstawie wykresu funkcji liczbowej odczytać jej własności, takie jak:**  **a) dziedzina funkcji**  **b) zbiór wartości funkcji**  **c) miejsce zerowe funkcji**  **d) argument funkcji, gdy dana jest wartość funkcji**  **e) wartość funkcji dla danego argumentu**  **f) przedziały, w których funkcja jest rosnąca, malejąca, stała**  **g) zbiór argumentów, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie, ujemne, niedodatnie, nieujemne**  **h) najmniejszą oraz największą wartość funkcji;** |
| **potrafi interpretować informacje *na podstawie wykresów funkcji* lub ich wzorów (np. dotyczące różnych zjawisk przyrodniczych, ekonomicznych, socjologicznych, fizycznych);** |
| **potrafi przetwarzać informacje dane w postaci wzoru *lub wykresu funkcji*;** |
| ***Wymagania na ocenę dobrą*** *oraz* ***wymagania na ocenę bardzo dobrą*** |
| **potrafi podać argumenty, dla których wartości funkcji spełniają określone warunki;** |
| **potrafi określić dziedzinę funkcji liczbowej danej wzorem w przypadku, gdy wyznaczenie dziedziny funkcji wymaga rozwiązania koniunkcji warunków, dotyczących mianowników lub pierwiastków stopnia drugiego, występujących we wzorze;** |
| **potrafi obliczyć miejsca zerowe funkcji opisanej wzorem;** |
| **potrafi stosować wiadomości o funkcji do opisywania zależności w przyrodzie, gospodarce i życiu codziennym;** |
| **potrafi podać opis matematyczny prostej ­sytu­acji w postaci wzoru funkcji;** |
| **potrafi naszkicować wykres funkcji o zadanych własnościach;** |
| **potrafi (na podstawie definicji) udowodnić, że funkcja jest rosnąca (malejąca) w danym zbiorze;** |
| **potrafi naszkicować wykres funkcji o zadanych własnościach;** |
| **potrafi (na podstawie definicji) udowodnić, że funkcja jest rosnąca (malejąca) w danym zbiorze;** |
| **zna definicję funkcji parzystej oraz nieparzystej;** |
| **potrafi zbadać na podstawie definicji parzystość (nieparzystość) danej funkcji;** |
| **potrafi dopasować wykres funkcji do jej opisu słownego;** |
| ***rozwiązywać zadania praktyczne z zastosowaniem własności funkcji;*** |
| ***Wymagania na ocenę celującą*** |
| **potrafi ( na podstawie definicji) wykazać różnowartościowość danej funkcji;** |
| **potrafi rozwiązywać nietypowe zadania dotyczące własności funkcji;** |

1. **FUNKCJA LINIOWA.**

|  |  |
| --- | --- |
| **1** | Proporcjonalność prosta |
| **2** | Funkcja liniowa. Wykres i miejsce zerowe funkcji liniowej |
| **3** | Znaczenie współczynnika kierunkowego we wzorze funkcji liniowej |
| **4** | Własności funkcji liniowej – zadania różne |
| **5** | Zastosowanie własności funkcji liniowej w zadaniach praktycznych |
| ***6*** | *Wykresy wybranych funkcji1)* |

1. *Temat, którego realizację pozostawiamy do decyzji nauczyciela uczącego w danej klasie. Realizacja tematu jest możliwa   
   w ramach godzin do dyspozycji nauczyciela.*

***Wymagania na ocenę dopuszczającą*** *oraz* ***wymagania na ocenę dostateczną***

**Uczeń:**

|  |
| --- |
| **wie, jaką zależność między dwiema wielkościami zmiennymi nazywamy proporcjonalnością prostą;** |
| **potrafi wskazać współczynnik proporcjonalności;** |
| **rozwiązuje zadania tekstowe z zastosowaniem proporcjonalności prostej;** |
| **zna pojęcie i wzór funkcji liniowej;** |
| **potrafi interpretować współczynniki we wzorze funkcji liniowej (monotoniczność, położenie wykresu funkcji liniowej w ćwiartkach układu współrzędnych, zależność współrzędnych punktu przecięcia wykresu z osią y od współczynnika b);** |
| **potrafi sporządzić wykres funkcji liniowej danej wzorem;** |
| **potrafi wyznaczyć algebraicznie i graficznie zbiór tych argumentów, dla których funkcja liniowa przyjmuje wartości dodatnie (ujemne, niedodatnie, nieujemne);** |
| **potrafi sprawdzić algebraicznie, czy punkt o danych współrzędnych należy do wykresu funkcji liniowej;** |
| **potrafi podać własności funkcji liniowej na podstawie wykresu tej funkcji;** |
| **zna twierdzenie o współczynniku kierunkowym (wzór);** |
| **potrafi znaleźć wzór funkcji liniowej o zadanych własnościach;** |
| **potrafi napisać wzór funkcji liniowej na podstawie informacji o jej wykresie;** |
| **potrafi naszkicować wykres funkcji kawałkami liniowej i na jego podstawie omówić własności danej funkcji;** |
| **potrafi wyznaczyć algebraicznie miejsca zerowe funkcji kawałkami liniowej oraz współrzędne punktu wspólnego wykresu funkcji i osi OY;** |
| **potrafi wyznaczyć algebraicznie zbiór tych argumentów, dla których funkcja kawałkami liniowa przyjmuje wartości dodatnie (ujemne);** |
| **potrafi obliczyć wartość funkcji kawałkami liniowej dla podanego argumentu;** |
| **potrafi napisać wzór funkcji liniowej, której wykres jest równoległy do wykresu danej funkcji liniowej i przechodzi przez punkt o danych współrzędnych;** |
| **potrafi stosować wiadomości o funkcji liniowej do opisu zjawisk z życia codziennego (podać opis matematyczny zjawiska w postaci wzoru funkcji liniowej, odczytać informacje z wykresu lub wzoru, zinterpretować je, przeanalizować i przetworzyć);** |
| ***Wymagania na ocenę dobrą*** *oraz* ***wymagania na ocenę bardzo dobrą*** |
| **potrafi udowodnić, na podstawie definicji, niektóre własności funkcji liniowej, takie jak: monotoniczność, różnowartościowość itp.;** |
| **potrafi wyznaczać parametr we współczynnikach wzoru funkcji liniowej, znając jej miejsce zerowe lub punkt punkt należący do jej wykresu;** |
| **potrafi przeprowadzić dyskusję liczby rozwiązań równania liniowego z parametrem (z dwoma parametrami) interpretującego liczbę miejsc zerowych/monotoniczność funkcji liniowej;** |
| **rozwiązywać trudniejsze zadania z kontekstem praktycznym dotyczące funkcji liniowej;** |
| ***potrafi sporządzić wykresy wybranych funkcji i omówić ich własności;*** |
| ***Wymagania na ocenę celującą*** |
| **rozwiązuje zadania nietypowe dotyczące funkcji liniowej o podwyższonym stopniu trudności;** |

1. **UKŁADY RÓWNAŃ LINIOWYCH Z DWIEMA NIEWIADOMYMI.**

|  |  |
| --- | --- |
| **1** | Równania pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi |
| **2** | Układy równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi. Graficzne rozwiązywanie układów równań |
| **3** | Rozwiązywanie układów równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi metodą podstawiania |
| **4** | Rozwiązywanie układów równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi metodą przeciwnych współczynników |
| **5** | Zastosowanie układów równań do rozwiązywania zadań |

***Wymagania na ocenę dopuszczającą*** *oraz* ***wymagania na ocenę dostateczną***

**Uczeń:**

|  |
| --- |
| **zna pojęcie równania pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi;** |
| **wie, że wykresem równania pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi jest prosta;** |
| **zna pojęcie układu dwóch równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi;** |
| **zna rozumie pojęcie układu równań liniowych z dwiema niewiadomymi;** |
| **zna metody rozwiązywania układów równań liniowych: podstawiania i przeciwnych współczynników;** |
| **potrafi rozwiązywać algebraicznie (metodą przez podstawienie oraz metodą przeciwnych współczynników) układy dwóch równań liniowych z dwiema niewiadomymi;** |
| **potrafi sprawdzić, czy dana para liczb jest rozwiązaniem układu równań liniowych;** |
| **potrafi rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do układów równań liniowych;** |
| **zna pojęcia: układ oznaczony, nieoznaczony, sprzeczny i umie podać ich interpretację geometryczną;** |
| **umie rozpoznać układy równań: oznaczonych, nieoznaczonych, sprzecznych;** |
| **potrafi opisać zbiór rozwiązań układu nieoznaczonego;** |
| ***Wymagania na ocenę dobrą*** *oraz* ***wymagania na ocenę bardzo dobrą*** |
| **potrafi opisywać treści zadań problemowych za pomocą układów równań oraz przedstawiać ich rozwiązania;** |
| **potrafi wyznaczać wartość parametru, aby rozwiązaniem układu była wskazana para liczb;** |
| **potrafi przedstawić ilustrację graficzną układu równań oznaczonych, nieoznaczonych, sprzecznych;** |
| ***Wymagania na ocenę celującą*** |
| **potrafi opisywać treści zadań niestandardowych za pomocą układów równań oraz przedstawiać ich rozwiązania;** |
| **potrafi rozwiązać układy trzech (i więcej) układów równań liniowych z trzema (czterema) niewiadomymi;** |
| **potrafi wyznaczyć wartość parametru dla którego podany układ równań jest oznaczony, nieoznaczony albo sprzeczny;** |

1. **PODSTAWOWE WŁASNOŚCI WYBRANYCH FUNKCJI.**

|  |  |
| --- | --- |
| **1** | Funkcja kwadratowa |
| **2** | Funkcja kwadratowa – zastosowania |
| **3** | Proporcjonalność odwrotna |
| **4** | Funkcja wykładnicza |
| **5** | Funkcja logarytmiczna |

***Wymagania na ocenę dopuszczającą*** *oraz* ***wymagania na ocenę dostateczną***

**Uczeń:**

|  |  |
| --- | --- |
| **funkcja kwadratowa** | |
| **potrafi naszkicować wykres funkcji kwadratowej określonej wzorem y = ax2, gdzie a≠0, oraz omówić jej własności na podstawie wykresu;** | |
| **zna wzór funkcji kwadratowej w postaci ogólnej i kanonicznej;** | |
| **potrafi, bez użycia wzorów w wybranych przypadkach, obliczyć miejsca zerowe funkcji kwadratowej lub uzasadnić, że funkcja kwadratowa nie ma miejsc zerowych;** | |
| **potrafi obliczyć współrzędne wierzchołka paraboli na podstawie poznanego wzoru oraz na podstawie znajomości miejsc zerowych funkcji kwadratowej;** | |
| **potrafi na podstawie wykresu podać własności funkcji kwadratowej oraz odczytać zbiór tych argumentów, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie czy ujemne;** | |
| **potrafi zastosować własności funkcji kwadratowej do rozwiązywania prostych zadania optymalizacyjnych;** | |
| **potrafi rozwiązywać zadania prowadzące do równań kwadratowych z jedną niewiadomą (w tym także zadania geometryczne);** | |
| **potrafi przeanalizować zjawisko z życia codziennego opisane wzorem (wykresem) funkcji kwadratowej;** | |
| **potrafi opisać dane zjawisko za pomocą wzoru funkcji kwadratowej;** | |
| **proporcjonalność odwrotna** | |
| **zna i rozumie pojęcie wielkości odwrotnie proporcjonalnych;** | |
| **wie, jaką zależność między dwiema wielkościami zmiennymi, nazywamy proporcjonalnością odwrotną;** | |
| **potrafi wskazać współczynnik proporcjonalności;** | |
| **rozumie różnice pomiędzy wielkościami wprost proporcjonalnymi a wielkościami odwrotnie proporcjonalnymi;** | |
| **potrafi rozpoznać wielkości odwrotnie proporcjonalne;** | |
| rozwiązuje zadania z zastosowaniem proporcjonalności odwrotnej; | |
| potrafi rozwiązywać proste zadania z kontekstem praktycznym z zastosowaniem wielkości odwrotnie proporcjonalnych; | |
| potrafi narysować wykres funkcji; | |
| potrafi opisać własności funkcji; | |
| **funkcja wykładnicza** | |
| **zna definicję funkcji wykładniczej;** | |
| **potrafi odróżnić funkcję wykładniczą od innych funkcji;** | |
| **potrafi szkicować wykresy funkcji wykładniczych dla różnych podstaw;** | |
| **potrafi opisać własności funkcji wykładniczej na podstawie jej wykresu;** | |
| **potrafi porównać potęgi o tych samych podstawach i wykładnikach rzeczywistych;** | |
| **potrafi obliczać wartość funkcji wykładniczej dla danego argumentu;** | |
| **potrafi odczytać z wykresu funkcji wykładniczej argumenty dla danej wartości funkcji;** | |
| **potrafi rozwiązywać proste zadania z kontekstem praktycznym z zastosowaniem funkcji wykładniczej;** | |
| **funkcja logarytmiczna** | |
| **zna definicję funkcji logarytmicznej;** | |
| **potrafi odróżnić funkcję logarytmiczną od innej funkcji;** | |
| **potrafi szkicować wykresy funkcji logarytmicznych dla różnych podstaw;** | |
| **potrafi opisać własności funkcji logarytmicznej na podstawie jej wykresu;** | |
| **rozwiązuje zadania tekstowe osadzone w kontekście praktycznym, w których wykorzystuje funkcję logarytmiczną;** | |
| ***Wymagania na ocenę dobrą*** *oraz* ***wymagania na ocenę bardzo dobrą*** | |
| **funkcja kwadratowa** | |
| **potrafi opisywać zależności między wielkościami za pomocą funkcji kwadratowej;** | |
| **potrafi rozwiązywać nietypowe zadania tekstowe z kontekstem praktycznym, stosując funkcję kwadratową;** | |
| **potrafi rozwiązywać nietypowe zadania optymalizacyjne wykorzystujące własności funkcji kwadratowej.** | |
| **proporcjonalność odwrotna** | |
| **potrafi rozwiązywać zadania niestandardowe z kontekstem praktycznym z zastosowaniem wielkości odwrotnie proporcjonalnych;** | |
| **funkcja wykładnicza** | |
| **potrafi rozwiązywać zadania niestandardowe z kontekstem praktycznym z zastosowaniem funkcji wykładniczej;** | |
| **funkcja logarytmiczna** | |
| **potrafi rozwiązywać zadania niestandardowe z kontekstem praktycznym z zastosowaniem funkcji logarytmicznej;** | |
| **posługuje się funkcjami wykładniczymi oraz funkcjami logarytmicznymi do opisu zjawisk fizycznych, chemicznych itp.** | |
| ***Wymagania na ocenę celującą*** | |
| **funkcja kwadratowa** | |
| **potrafi rozwiązywać różne problemy dotyczące funkcji kwadratowej, które wymagają niestandardowych metod pracy oraz niekonwencjonalnych pomysłów.** | |
| **proporcjonalność odwrotna** | |
| **potrafi rozwiązywać różne problemy dotyczące proporcjonalności odwrotnej, które wymagają niestandardowych metod pracy oraz niekonwencjonalnych pomysłów.** | |
| **funkcja wykładnicza** | |
| **potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie (o podwyższonym stopniu trudności), w których wykorzystuje własności funkcji wykładniczych (wykładniczych i logarytmicznych).** | |
| **funkcja logarytmiczna** | |
| **potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie (o podwyższonym stopniu trudności), w których wykorzystuje własności funkcji logarytmicznych (wykładniczych i logarytmicznych).** | |

1. **GEOMETRIA PŁASKA – POJĘCIA WSTĘPNE. TRÓJKĄTY.**

|  |  |
| --- | --- |
| **1** | Punkt, prosta, odcinek, półprosta, kąt, figura wypukła, figura ograniczona |
| **2** | Wzajemne położenie prostych na płaszczyźnie, odległość punktu od prostej, odległość między prostymi równoległymi, symetralna odcinka, dwusieczna kąta |
| **3** | Dwie proste przecięte trzecią prostą. Suma kątów w trójkącie |
| **4** | Wielokąt. Wielokąt foremny. Suma kątów w wielokącie |
| **5** | Twierdzenie Talesa |
| **6** | Podział trójkątów. Nierówność trójkąta. Odcinek łączący środki dwóch boków w trójkącie |
| **7** | Twierdzenie Pitagorasa. Twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa |
| **8** | Wysokości w trójkącie. Środkowe w trójkącie |
| **9** | Przystawanie trójkątów |
| **10** | Podobieństwo trójkątów |
| **11** | Podobieństwo trójkątów – zastosowanie w zadaniach |
| **12** | Wektor na płaszczyźnie. |

***Wymagania na ocenę dopuszczającą*** *oraz* ***wymagania na ocenę dostateczną***

**Uczeń:**

|  |
| --- |
| **zna figury podstawowe (punkt, prosta, płaszczyzna, przestrzeń) i potrafi zapisać relacje między nimi;** |
| **zna pojęcie figury wypukłej i wklęsłej; potrafi podać przykłady takich figur;** |
| **zna pojęcie figury ograniczonej i figury nieograniczonej, potrafi podać przykłady takich figur;** |
| **zna i rozumie pojęcie współliniowości punktów;** |
| **zna określenie kąta i podział kątów ze względu na ich miarę;** |
| **zna pojęcie kątów przyległych i kątów wierzchołkowych oraz potrafi zastosować własności tych kątów w rozwiązywaniu prostych zadań;** |
| **umie określić położenie prostych na płaszczyźnie;** |
| **rozumie pojęcie odległości, umie wyznaczyć odległość dwóch punktów, punktu od prostej;** |
| **zna pojęcie dwusiecznej kąta i symetralnej odcinka, potrafi zastosować własność dwusiecznej kąta oraz symetralnej odcinka w rozwiązywaniu prostych zadań;** |
| **umie skonstruować dwusieczną danego kąta i symetralną danego odcinka;** |
| **zna własności kątów utworzonych między dwiema prostymi równoległymi, przeciętymi trzecią prostą i umie zastosować je w rozwiązywaniu prostych zadań;** |
| **potrafi uzasadnić równoległość dwóch prostych, znajdując równe kąty odpowiadające;** |
| **potrafi obliczyć sumę miar kątów w wielokącie;** |
| **zna twierdzenie Talesa; potrafi je stosować do podziału odcinka w danym stosunku, do konstrukcji odcinka o danej długości, do obliczania długości odcinka w prostych zadaniach;** |
| **zna twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa i potrafi je stosować do uzasadnienia równoległości odpowiednich odcinków lub prostych;** |
| **zna wnioski z twierdzenia Talesa i potrafi je stosować w rozwiązywaniu prostych zadań;** |
| **zna podział trójkątów ze względu na boki i kąty;** |
| **wie, ile wynosi suma miar kątów w trójkącie;** |
| **zna warunek na długość odcinków, z których można zbudować trójkąt;** |
| **zna twierdzenie dotyczące odcinka łączącego środki dwóch boków trójkąta i potrafi je zastosować w rozwiązywaniu prostych zadań;** |
| **zna twierdzenie Pitagorasa i umie je zastosować w rozwiązywaniu prostych zadań;** |
| **zna twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa i wykorzystuje je do sprawdzenia, czy dany trójkąt jest prostokątny;** |
| **umie określić na podstawie długości boków trójkąta, czy trójkąt jest ostrokątny, czy rozwartokątny;** |
| **umie narysować wysokości w trójkącie i wie, że wysokości (lub ich przedłużenia) przecinają się w jednym punkcie - ortocentrum;** |
| **zna twierdzenie o środkowych w trójkącie oraz potrafi je zastosować przy rozwiązywaniu prostych zadań;** |
| **zna pojęcie środka ciężkości trójkąta;** |
| **zna twierdzenie o symetralnych boków w trójkącie;** |
| **zna trzy cechy przystawania trójkątów i potrafi je zastosować przy rozwiązywaniu prostych zadań;** |
| **zna cechy podobieństwa trójkątów; potrafi je stosować do rozpoznawania trójkątów podobnych i przy rozwiązaniach prostych zadań;** |
| **umie obliczyć skalę podobieństwa trójkątów podobnych;** |
| ***Wymagania na ocenę dobrą*** *oraz* ***wymagania na ocenę bardzo dobrą*** |
| **zna pojęcie łamanej, łamanej zwyczajnej, łamanej zwyczajnej zamkniętej;** |
| **zna definicję wielokąta;** |
| **zna i potrafi stosować wzór na liczbę przekątnych wielokąta;** |
| **wie, jaki wielokąt nazywamy foremnym;** |
| **potrafi udowodnić twierdzenie dotyczące sumy miar kątów wewnętrznych wielokąta wypukłego;** |
| **potrafi udowodnić, że suma miar kątów zewnętrznych wielokąta wypukłego jest stała;** |
| **zna zależności między bokami w trójkącie (nierówności trójkąta) i stosuje je przy rozwiązywaniu zadań;** |
| **potrafi udowodnić twierdzenie o odcinku łączącym środki boków w trójkącie;** |
| **zna i umie zastosować w zadaniach własność wysokości w trójkącie prostokątnym, poprowadzonej na przeciwprostokątną;** |
| **potrafi udowodnić proste własności trójkątów, wykorzystując cechy przystawania trójkątów;** |
| **potrafi uzasadnić, że symetralna odcinka jest zbiorem punktów płaszczyzny równoodległych od końców odcinka;** |
| **potrafi uzasadnić, że każdy punkt należący do dwusiecznej kąta leży w równej odległości od ramion tego kąta;** |
| **potrafi udowodnić twierdzenie o symetralnych boków;** |
| **potrafi stosować cechy podobieństwa trójkątów do rozwiązania zadań z wykorzysta­niem innych, wcześniej poznanych własności;** |
| **potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności dotyczące trójkątów, z zastosowaniem poznanych do tej pory twierdzeń;** |
| **potrafi rozwiązywać zadania geometryczne, wykorzystując cechy podobieństwa trójkątów, twierdzenie o polach figur podobnych;** |
| **potrafi rozwiązywać zadania dotyczące trójkątów, w których wykorzystuje twierdzenia poznane wcześniej (tw. Pitagorasa, tw. Talesa);** |
| **zna definicję wektora na płaszczyźnie (bez układu współrzędnych);** |
| **wie, jakie wektory są równe, a jakie przeciwne;** |
| **potrafi wektory dodawać, odejmować i mnożyć przez liczbę;** |
| **zna prawa dotyczące działań na wektorach;** |
| **potrafi stosować wiedzę o wektorach w rozwiązywaniu zadań geometrycznych;** |
| ***Wymagania na ocenę celującą*** |
| **potrafi rozwiązywać nietypowe zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące odcinków, prostych, półprostych, kątów i kół, w tym z zastosowaniem poznanych twierdzeń;** |
| **zna i potrafi udowodnić twierdzenie o dwusiecznych kątów przyległych;** |
| **umie udowodnić własności figur geometrycznych w oparciu o poznane twierdzenia;** |
| **potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności, dotyczących trójkątów, z wykorzystaniem poznanych twierdzeń;** |
| **potrafi udowodnić twierdzenie o środkowych w trójkącie;** |
| **potrafi udowodnić twierdzenie dotyczące wysokości w trójkącie prostokątnym, poprowadzonej na przeciwprostokątną;** |
| **potrafi udowodnić twierdzenie Pitagorasa oraz twierdzenie Talesa z wykorzystaniem pól odpowiednich trójkątów;** |
| **potrafi rozwiązywać nietypowe zadania geometryczne o podwyższonym stopniu trudności z wykorzystaniem poznanych pojęć geometrii;** |

1. **TRYGONOMETRIA KĄTA OSTREGO**

|  |  |
| --- | --- |
| **1** | Określenie sinusa, cosinusa, tangensa i cotangensa w trójkącie prostokątnym |
| **2** | Wartości sinusa, cosinusa, tangensa i cotangensa kątów 30o, 45o, 60o |
| **3** | Zależności między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta ostrego |

***Wymagania na ocenę dopuszczającą*** *oraz* ***wymagania na ocenę dostateczną***

**Uczeń:**

|  |
| --- |
| **zna definicje funkcji trygonometrycznych w trójkącie prostokątnym;** |
| **potrafi obliczyć wartości funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym o danych długościach boków;** |
| **potrafi korzystać z przybliżonych wartości funkcji trygonometrycznych (odczytanych z tablic lub obliczonych za pomocą kalkulatora);** |
| **potrafi rozwiązywać trójkąty prostokątne;** |
| **zna wartości funkcji trygonometrycznych kątów o miarach 30°, 45°, 60°;** |
| **potrafi obliczać wartości wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne kątów o miarach 30°, 45°, 60°;** |
| **zna zależności między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta ostrego;** |
| **potrafi obliczyć wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych kąta wypukłego, gdy dana jest jedna z nich;** |
| ***Wymagania na ocenę dobrą*** *oraz* ***wymagania na ocenę bardzo dobrą*** |
|  |
| **potrafi skonstruować kąt, jeżeli dana jest wartość jednej z funkcji trygonometrycznych;** |
| **potrafi przeprowadzać dowody tożsamości trygonometrycznych;** |
| **potrafi rozwiązywać zadania z kontekstem praktycznym stosując trygonometrię kąta ostrego;** |
| **potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności, wykorzystując wiedzę o figurach geometrycznych oraz trygonometrię kąta ostrego;** |
| **potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności, wykorzystując wcześniej zdobytą wiedzę (np. wzory skróconego mnożenia) oraz trygonometrię kąta ostrego;** |
| ***Wymagania na ocenę celującą*** |
| **potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności, wymagające niekonwencjonalnych pomysłów i metod.** |